

LIBRIS

We know  
books

5

MATE<sup>®</sup>  
2000<sup>+</sup>

consolidare

Maria Zaharia  
Dan Zaharia  
Sorin Peligrad

partea I

# matematică

aritmetică • algebră • geometrie

Editura Paralela 45

|                                                                                                   |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚĂLĂ</b>                                                            | <b>5</b>  |
| 1. Exerciții și probleme recapitulative                                                           | 5         |
| 2. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 10        |
| Test de autoevaluare                                                                              | 13        |
| <b>Capitolul: NUMERE NATURALE</b>                                                                 | <b>15</b> |
| <b>Unitatea: NUMERE NATURALE</b>                                                                  | <b>17</b> |
| 1. Scrierea și citirea numerelor naturale                                                         | 17        |
| 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. |           |
| Estimări, aproximări                                                                              | 22        |
| 3. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 28        |
| Test de autoevaluare                                                                              | 31        |
| <b>Unitatea: OPERAȚII CU NUMERE NATURALE</b>                                                      | <b>33</b> |
| 1. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți                                                       | 33        |
| 2. Scăderea numerelor naturale                                                                    | 39        |
| 3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul operațiilor de adunare și de scădere                      | 42        |
| 4. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 46        |
| Test de autoevaluare                                                                              | 49        |
| 5. Înmulțirea numerelor naturale; proprietăți. Factor comun                                       | 51        |
| 6. Împărțirea numerelor naturale                                                                  | 55        |
| 7. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul                                                   | 59        |
| 8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor                                       | 63        |
| 9. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 66        |
| Test de autoevaluare                                                                              | 69        |
| <b>Unitatea: PUTERI</b>                                                                           | <b>71</b> |
| 1. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural                                              | 71        |
| 2. Compararea și ordonarea puterilor. Reguli de comparare                                         | 74        |
| 3. Pătratul și cubul unui număr natural. Pătrate perfecte                                         | 77        |
| 4. Operații cu puteri. Ordinea efectuării operațiilor                                             | 81        |
| 5. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2                                                        | 84        |
| 6. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 88        |
| Test de autoevaluare                                                                              | 91        |
| <b>Unitatea: METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR</b>                                     | <b>93</b> |
| 1. Metoda reducerii la unitate                                                                    | 93        |
| 2. Metoda comparației                                                                             | 95        |
| 3. Metoda figurativă                                                                              | 99        |
| 4. Metoda mersului invers                                                                         | 102       |
| 5. Metoda falsei ipoteze                                                                          | 105       |
| 6. Recapitulare și sistematizare prin teste                                                       | 108       |
| Test de autoevaluare                                                                              | 111       |

|                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Unitatea: DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE</b> .....                                                    | 113 |
| 1. Divizor. Multiplu. Divizor comun. Multiplu comun.....                                                     | 113 |
| 2. Aplicații ale divizibilității (Numere pare și numere impare).....                                         | 116 |
| 3. Criterii de divizibilitate.....                                                                           | 118 |
| 4. Numere prime. Numere compuse.....                                                                         | 121 |
| 5. Recapitulare și sistematizare prin teste.....                                                             | 124 |
| <i>Test de autoevaluare</i> .....                                                                            | 127 |
| <b>Capitolul: FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE</b> .....                                                   | 129 |
| <b>Unitatea: FRACȚII ORDINARE</b> .....                                                                      | 131 |
| 1. Frații ordinare. Reprezentarea fracțiilor prin desene.....                                                | 131 |
| 2. Frații subunitare, echiunitare și supraunitare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție..... | 134 |
| 3. Frații echivalente.....                                                                                   | 137 |
| 4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile.....                                        | 139 |
| 5. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare.....  | 141 |
| 6. Recapitulare și sistematizare prin teste.....                                                             | 147 |
| <i>Test de autoevaluare</i> .....                                                                            | 151 |
| <b>Unitatea: OPERAȚII CU FRACȚII ORDINARE</b> .....                                                          | 153 |
| 1. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare.....                                                             | 153 |
| 2. Înmulțirea fracțiilor ordinare.....                                                                       | 158 |
| 3. Împărțirea fracțiilor ordinare.....                                                                       | 163 |
| 4. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare.....                                                  | 166 |
| 5. Frații dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară. Procente.....                                 | 171 |
| 6. Recapitulare și sistematizare prin teste.....                                                             | 175 |
| <i>Test de autoevaluare</i> .....                                                                            | 179 |
| <b>PROBLEME DE MATEMATICĂ APLICATĂ ÎN VIAȚA COTIDIANĂ</b> .....                                              | 181 |
| <b>TESTE RECAPITULATIVE</b> .....                                                                            | 183 |
| <b>PROBLEME DATE LA CONCURSURI ȘCOLARE</b> .....                                                             | 192 |
| <b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....                                                                         | 195 |

## NUMERE NATURALE

**PP** Competențe specifice. Exemple de activități de învățare**1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate**

- Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal
- Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică
- Identificarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale
- Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date

**2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora**

- Efectuarea operațiilor aritmetice cu numere naturale
- Efectuarea de calcule utilizând factorul comun
- Efectuarea operațiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice
- Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate

**3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate**

- Utilizarea algoritmului împărțirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărțitul și împărțitorul au una sau mai multe cifre
- Aproximarea/estimarea rezultatelor obținute prin utilizarea algoritmului împărțirii
- Calcularea unor expresii numerice care conțin paranteze (rotunde, pătrate și acolade), cu respectarea ordinii efectuării operațiilor
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale
- Determinarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale (de exemplu, determinăți numerele de forma  $\overline{a2b5}$ , știind că produsul cifrelor sale este 120)

**4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale**

- Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea și ordonarea numerelor naturale
- Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale
- Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat
- Exprimarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime

**5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule**

- Evidențierea avantajelor folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte
- Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)

- Determinarea unor numere naturale care respectă anumite condiții (de exemplu, determinați numerele prime  $a$  și  $b$ , știind că  $3a + 2b = 16$ )
- Compararea a două numere naturale scrise sub formă de puteri folosind aducerea la aceeași bază sau la același exponent
- Aplicarea criteriilor de divizibilitate a numerelor naturale pentru situații cotidiene
- Estimarea ordinului de mărime a numerelor de forma  $2n$ , pornind de la probleme practice (de exemplu, foi de hârtie îndoite consecutiv, povestea tablei de șah)
- Realizarea unor estimări utilizând procente (de exemplu, cunoscând numărul elevilor de gimnaziu dintr-un oraș și faptul că aproximativ 2% dintre aceștia studiază un instrument muzical, estimați numărul de elevi de gimnaziu care studiază un instrument muzical)
- Stabilirea valorii de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice

#### 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului

- Modelarea unor probleme practice utilizând metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers)
- Evidențierea unor situații în care metoda de rezolvare propusă este aplicată incorect
- Exemplificarea, folosind gândirea critică, a unor probleme cu date insuficiente, a unor probleme cu date contradictorii
- Formularea unei probleme pe baza unei scheme sau reguli date și rezolvarea acesteia prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers)

### 1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE



**Numerele** se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

**EXEMPLU:** Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „ $\cap$ ”, babilonienii au folosit simbolul „ $<$ ”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare și de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor**:

- scrierea **nepozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **pozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere pozițională, care folosește **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

În acest sistem de numerație, 10 **unități** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere pozițională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziția) unde este scrisă.

**EXEMPLU:** În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori și, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unități**, **3 zeci de mii** și **3 milioane**.

**OBSERVAȚIE:** Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

Un număr natural oarecare de două cifre se reprezintă prin scrierea  $\overline{ab}$ , unde  $a$  și  $b$  desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu  $a \neq 0$ . Adică:  $\overline{ab} = a \cdot 10 + b$ .

**EXEMPLE:**  $17 = 1 \cdot 10 + 7$ ;  $53 = 5 \cdot 10 + 3$ ;  $77 = 7 \cdot 10 + 7$ .

Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea  $\overline{abc}$ , unde  $a$ ,  $b$  și  $c$  desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu  $a \neq 0$ . Adică:  $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ .

**EXEMPLE:**  $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$ ;  $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$ ;  $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$ .

**Numerele naturale scrise în ordinea:** 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează **șirul numerelor naturale**.

Dacă  $n$  este un număr natural oarecare, atunci  $n - 1$  este **predecesorul** său,  $n + 1$  este **succesorul** său, iar numerele  $n - 1$  și  $n$ , respectiv  $n$  și  $n + 1$  se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități**, **zeci** și **sute**. La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

|                   |      |         |                 |      |         |              |      |         |                  |      |         |
|-------------------|------|---------|-----------------|------|---------|--------------|------|---------|------------------|------|---------|
| sute              | zeci | unități | sute            | zeci | unități | sute         | zeci | unități | sute             | zeci | unități |
| clasa miliardelor |      |         | clasa milioanei |      |         | clasa miilor |      |         | clasa unităților |      |         |

## EXEMPLU:

Citești numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

## Rezolvare:

Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

- a) două milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;
- b) patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;
- c) o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

**OBSERVAȚIE:** Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele reguli:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

### EXAMPLE:

$$\text{XII} = 10 + 1 + 1 = 12;$$

$$\text{XXV} = 10 + 10 + 5 = 25;$$

$$\text{MDL} = 1\,000 + 500 + 50 = 1\,550.$$

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

### EXAMPLE:

$$\text{IX} = 10 - 1 = 9;$$

$$\text{XL} = 50 - 10 = 40;$$

$$\text{XC} = 100 - 10 = 90;$$

$$\text{CD} = 500 - 100 = 400;$$

$$\text{CM} = 1\,000 - 100 = 900.$$

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.
4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.
5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

**EXAMPLE:**  $\overline{\text{X}}$  reprezintă 10 000;  $\overline{\text{L}}$  reprezintă 50 000;  $\overline{\text{XC}}$  reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

### EXAMPLE:

$$24 = 20 + 4 \text{ și } 20 = \text{XX}, 4 = \text{IV}, \text{ iar numărul se scrie } 24 = \text{XXIV};$$

$$342 = 300 + 40 + 2 \text{ și } 300 = \text{CCC}, 40 = \text{XL}, 2 = \text{II}, \text{ iar numărul se scrie } 342 = \text{CCCXLII};$$

$$1\,957 = 1\,000 + 900 + 50 + 7 \text{ și avem } 1\,000 = \text{M}, 900 = \text{CM}, 50 = \text{L}, 7 = \text{VII}, \text{ iar numărul se scrie } 1\,957 = \text{MCMLVII}.$$

### PE ÎNȚELEGERE ♦

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:

- |                              |                                           |
|------------------------------|-------------------------------------------|
| a) două sute trei;           | b) șapte sute patruzeci;                  |
| c) nouă mii nouă;            | d) cincizeci și șapte de mii patru sute;  |
| e) trei miliarde patru sute; | f) douăzeci și două de miliarde treizeci. |

2. Citiți următoarele numere naturale:

- |                                                  |                                           |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407; | b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030. |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|

3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:

- |                                      |                                                     |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| a) o mie opt;                        | b) unsprezece mii șaptezeci și opt;                 |
| c) două sute trei mii șase sute unu; | d) un milion șazeci și două de mii trei sute cinci. |

4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?

b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?

c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?

5. Scrieți toate numerele naturale:

- |                                                                            |                                       |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| a) mai mici decât 8;                                                       | b) mai mici sau cel mult egale cu 12; |
| c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;                                  |                                       |
| d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17. |                                       |

6. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:

- |         |           |            |             |
|---------|-----------|------------|-------------|
| a) 127; | b) 2 137; | c) 53;     | d) 27 385;  |
| e) 705; | f) 230;   | g) 20 035; | h) 705 102. |

7. Fie  $a, b, c, d$  cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:

- |                        |                       |                         |                          |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $\overline{abc}$ ;  | b) $\overline{ab}$ ;  | c) $\overline{abcd}$ ;  | d) $\overline{aab}$ ;    |
| e) $\overline{aaaa}$ ; | f) $\overline{a0b}$ ; | g) $\overline{ab0cd}$ ; | h) $\overline{aab0c0}$ . |

8. Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:

- |                                                      |                                                   |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$ ;                        | b) $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$ ;               |
| c) $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$ ; | d) $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$ . |

9. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:

- |                                                                                   |                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| a) $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$ ;                              | b) $3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$ ; |
| c) $3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10 + 7$ ; | d) $4 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 2$ .             |

10. Știind că  $a, b, c, d$  sunt cifre în sistemul zecimal, scrieți următoarele numere ca numere în sistemul zecimal:

- |                                            |                                                      |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| a) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ ;        | b) $a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ ; |
| c) $100a + 10a + a$ ;                      | d) $1\,000a + 10b + c$ ;                             |
| e) $10\,000a + 1\,000b + 100a + 10b + c$ ; | f) $1\,000a + 100b$ ;                                |
| g) $1\,000a + 10b + c$ ;                   | h) $10\,000a + 1\,000b + 10c$ .                      |

11. Scrieți cu cifre numerele naturale:

a) șapte mii treizeci;

c) cinci milioane patru;

b) două sute nouăzeci și trei de mii;

d) optzeci de mii patru sute patru.

12. Scrieți câte numere cuprinse între 40 și 70 conțin:

a) două cifre identice;

b) cifrele 4 sau 6;

c) cifra 5.

13. a) Pentru numerotarea paginilor unui album s-au folosit 252 de cifre. Calculați câte pagini are albumul?

b) Calculați câte cifre se folosesc pentru numerotarea unei cărți cu 210 pagini.

14. a) Scrieți toate numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 7, 2 și 0, apoi ordonați-le crescător.

b) Scrieți toate numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 3, 5 și 8, apoi ordonați-le descrescător.

15. Precizați clasa și ordinul cifrei 5 pentru fiecare dintre numerele:

a) 75;

b) 53 024;

c) 425 103;

d) 567 232 008.

## PE APLICARE ȘI EXERSARE

16. Scrieți cu ajutorul literelor un număr natural:

a) de patru cifre, astfel încât primele două cifre sunt identice;

b) de patru cifre, cu cifra sutelor 7 și cifra zecilor 2.

17. Scrieți cu cifre romane numerele: 37, 42, 735, 1 992, 2 001, 3 757.

18. Scrieți cu cifre arabe numerele: CIV; CDLXXV; CMXXXVIII; MCMXCVIII.

19. Citiți numerele: XXVII, XLVI, XIV, XXII, LX, MCM, CIX, DCXX, MCMIV, XLVIII,  $\overline{X}$ ,  $\overline{XC}$ ,  $\overline{L}$ ,  $\overline{XL}$ ,  $\overline{XCV}$ .

20. Scrieți cu cifre romane următoarele numere scrise cu cifre arabe:

a) 37;

b) 145;

c) 2 769;

d) 957;

e) 2 000.

21. Scrieți cu cifre arabe următoarele numere scrise cu cifre romane:

a) XIV;

b) XXVII;

c) MDCCLXXXVI;

d) MCMLX.

22. Scrieți toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele:

a) 1, 7, 4;

b) 5, 0, 9.

23. Aflați cel mai mic număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma  $\overline{abc}$ ;

b) este de forma  $\overline{abc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ ;

c) este de forma  $\overline{aab}$ ;

d) este de forma  $\overline{aalbc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ .

24. Aflați cel mai mare număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma  $\overline{aa}$ ;

b) este de forma  $\overline{abc}$ ;

c) este de forma  $\overline{abc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ ;

d) este de forma  $\overline{a9bb}$  și  $a \neq b$ .

25. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma  $\overline{albb}$ , cu  $a \neq b \neq 1$ .

26. Scrieți numerele naturale de forma  $\overline{xy56}$  pentru care  $x + y = 5$ ,  $x \neq y$ .

27. Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  în care  $x, y, z, t$  sunt:

a) numere consecutive cu  $x < y < z < t$ ;

b) numere consecutive cu  $x > y > z > t$ .

28. Determinați numărul natural de forma  $\overline{ab}$  scris în baza 10 pentru care  $\overline{ab} = 5a + 3b$ .
29. Fie  $\overline{abc}$  un număr natural de trei cifre, unde  $a, b, c$  sunt cifre impare consecutive.
- a) Scrieți cel mai mic număr de această formă.      b) Scrieți cel mai mare număr de această formă.
30. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre, formate cu cifre consecutive și ordonați-le crescător.
31. a) Scrieți numerele naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 0, 2 și 7.  
b) Scrieți numerele naturale de două cifre ce se pot forma cu cifrele 1, 4 și 9.
32. Determinați toate numerele naturale scrise în baza 10, știind că:
- a)  $\overline{ab} = \overline{ba}$ ;      b)  $\overline{ab7} = \overline{b7a}$ .
33. Determinați  $x$ , știind că:
- a)  $2x3 + 154 = 377$ ;      b)  $1x7 \cdot 7 = 1\ 029$ .
34. Aflați cifra  $a$ , știind că:  $\overline{aa} + a = 72$ .
35. Aflați cifra  $a$  din sistemul zecimal care verifică egalitatea  $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 369$ .
36. Determinați numerele naturale consecutive  $\overline{ab}$  și  $\overline{ac}$  pentru care  $\overline{ab} + \overline{ac} = 113$ .
37. Determinați numerele naturale scrise în baza zece de forma  $\overline{ab}$  pentru care:  $\overline{ab} = 4 \cdot (a + b)$ .
38. Aflați numărul  $\overline{abcd}$  care verifică egalitatea:  $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3\ 102$ .

## PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ♦ ♦ ♦

39. Verificați dacă următoarele egalități sunt adevărate:
- a)  $\overline{aa} = 11a$ ;      b)  $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ ;      c)  $\overline{a00a} = 1\ 001 \cdot a$ .
40. Aflați toate numerele naturale de forma  $\overline{ab}$ , astfel încât 5 se împarte exact prin numărul  $(a + b)$ .
41. Aflați cifrele  $a, b, c$  (în baza 10), știind că:  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ .
42. Calculați câte numere scrise în baza 10 de forma  $\overline{1a7}$  există. Dar de forma  $\overline{ab5}$ ?
43. Mutați o singură cifră la locul potrivit pentru a obține egalitate:
- a)  $\text{VI} + \text{IX} = \text{XVII}$ ;      b)  $\text{X} - \text{VI} = \text{VI}$ ;      c)  $\text{CC} + \text{IX} = \text{CCXI}$ ;  
d)  $\text{CXC} + \text{I} = \text{CCXI}$ ;      e)  $\text{MIX} + \text{IX} = \text{M}$ ;      f)  $\text{XL} - \text{XV} = \text{XIV} + \text{IX}$ .
44. Scrieți numerele naturale de forma  $\overline{xyz}$  cu  $x, y, z$  distincte și pentru care  $x + z = y, y \leq 4$ .
45. Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  pentru care  $x + y = z + t = 4$ , iar  $x, y, z, t$  să fie distincte.
46. Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  pentru care  $x + y + z = t$ , iar  $x, y, z, t$  să fie distincte și nenule,  $t < 7$ .
47. Scrieți toate numerele naturale formate din trei cifre identice, astfel încât suma cifrelor să fie cuprinsă între 10 și 25.
48. Determinați toate numerele naturale de forma  $\overline{ab57}$ , astfel încât  $a + b = 11$ .
49. Determinați numerele naturale de forma  $\overline{24ab}$ , astfel încât suma cifrelor să fie 13.

50. Scrieți toate numerele naturale de forma  $abcd$  cu cifre distincte astfel încât:  $a + d = b + c = 7$ .

51. Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11, ...

a) Completați șirul cu încă 3 termeni.

b) Determinați al 20-lea termen al șirului.

c) Determinați al câtelea termen în șir este 8 051.

52. Calculați câte numere naturale cuprinse între 100 și 190 conțin:

a) cifra 1;

b) cifrele 1 și 5;

c) două cifre identice.

53. Fie șirul de numere naturale  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , unde  $a_n = 3 \cdot n - 1$ ,  $n$  număr natural nenul.

a) Scrieți primii 5 termeni ai șirului.

b) Scrieți termenii de pe locurile 17, 1 017 și 2 017.

c) Verificați dacă numerele 98, 299 și 6 035 sunt termeni ai acestui șir.

## PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

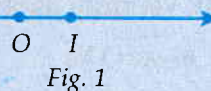
54. Determinați cifra de pe poziția 2 023 a numărului 15255355545555... 2023 55...5.  
2023 cifre

55. Determinați al 11-lea număr din șirul de numere 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

## PE-PP 2. REPREZENTAREA NUMERELOR NATURALE PE AXA NUMERELOR. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE. ESTIMĂRI, APROXIMĂRI



**Axa numerelor** este o dreaptă  $d$  pe care se fixează un punct  $O$ , numit **origine**, un **sens pozitiv** și un segment  $OI$ , numit **unitate de măsură** (figura 1).

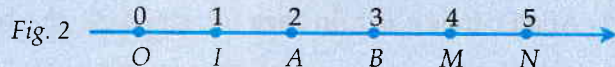


În acest fel fiecărui număr natural îi corespunde pe axă un punct (figura 2):

▪ numărului 0 îi corespunde punctul  $O$ ;

▪ numărului 1 îi corespunde punctul  $I$ ;

▪ numărului  $n$  îi corespunde punctul  $P$ , care se obține măsurând pe axă, de la punctul  $O$  în sens pozitiv,  $n$  unități de măsură. Se spune că punctul  $P$  are **coordonata**  $n$ . (În figura 2,  $O$  are coordonata 0,  $I$  are coordonata 1,  $A$  are coordonata 2,  $B$  are coordonata 3,  $M$  are coordonata 4,  $N$  are coordonata 5.)



### OBSERVAȚII:

- Orice număr diferit de 0 se numește **nenul**. Dacă  $a$  este un număr natural nenul, scriem  $a \neq 0$  și citim „numărul  $a$  este diferit de zero”.
- Urmărind figura 2, se poate observa că oricare **două puncte consecutive de pe axa numerelor se află la aceeași distanță unul de altul**.
- Pe axă, numerele mai mari sunt așezate la dreapta numerelor mai mici.

Conform observației 3, axa numerelor ne ajută să **comparăm** și să **ordonăm** numerele naturale.

**A ordona** numerele naturale înseamnă a le așeza în **șir crescător** (de la cel mai mic la cel mai mare) sau în **șir descrescător** (de la cel mai mare la cel mai mic).



**EXEMPLU:** În şirul numerelor naturale: 0, 1, 2, 3, ..., 19, 20, ..., 53, ..., numărul 20 este situat înaintea numărului 53. Se spune că 20 este mai mic decât 53 şi se scrie  $20 < 53$  sau că 53 este mai mare decât 20 şi se scrie  $53 > 20$ .

În **compararea numerelor naturale** se folosesc următoarele semne:  $<$ ,  $=$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ .

Pentru oricare două numere naturale  $a$  şi  $b$  sunt posibile situaţiile:

- a)  $a < b$  şi citim „ $a$  este mai mic decât  $b$ ”;
- b)  $a = b$  şi citim „ $a$  este egal cu  $b$ ”;
- c)  $a > b$  şi citim „ $a$  este mai mare decât  $b$ ”;
- d) dacă  $a < b$  sau  $a = b$  scriem  $a \leq b$  şi citim „ $a$  este mai mic sau egal cu  $b$ ”;
- e) dacă  $a > b$  sau  $a = b$  scriem  $a \geq b$  şi citim „ $a$  este mai mare sau egal cu  $b$ ”.

**EXAMPLE:**

Numerele naturale mai mici sau egale cu 5 sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Numerele naturale mai mari decât 1 001 şi mai mici sau egale cu 1 004 sunt: 1 002, 1 003, 1 004.

Numerele naturale de forma  $\overline{aaa}$  mai mici decât 500 sunt: 111, 222, 333, 444.

**OBSERVAȚII:**

- Dintre două numere naturale care au *un număr diferit de cifre*, este mai mare numărul care are mai multe cifre (exemplu:  $2\ 475 > 943$ ).
- Dintre două numere naturale care au *aceiaşi număr de cifre*, este mai mare numărul care are, pentru acelaşi ordin, cifra mai mare, considerat de la stânga la dreapta. (Dacă prima cifră este aceeaşi, se compară a doua cifră a fiecăruia şi așa mai departe, până se ajunge la cifre diferite corespunzătoare aceluiaşi ordin în fiecare număr. Exemplu:  $74\ 132 < 74\ 145$ .)

Uneori nu este necesar să se ştie exact toate cifrele unui număr, ci numai ordinul său de mărime. Pentru aceasta se înlocuieşte numărul cu un alt număr apropiat de el şi se spune că s-a folosit **aproximarea** sau **rotunjirea** numărului respectiv. Aproximarea poate fi: **prin lipsă** sau **prin adaos**.



**Aproximarea prin lipsă la zeci** (sute, mii ş.a.m.d.) este *cel mai mare număr natural mai mic sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci* (sute, mii ş.a.m.d.).

**EXAMPLE:**

Aproximarea prin lipsă la zeci a numărului 57 873 este 57 870.

Aproximarea prin lipsă la sute a numărului 57 873 este 57 800.

Aproximarea prin lipsă la mii a numărului 57 873 este 57 000.

**Aproximarea prin adaos la zeci** (sute, mii ş.a.m.d.) este *cel mai mic număr natural mai mare sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci* (sute, mii ş.a.m.d.).

**EXAMPLE:**

Aproximarea prin adaos la zeci a numărului 57 873 este 57 880.

Aproximarea prin adaos la sute a numărului 57 873 este 57 900.

Aproximarea prin adaos la mii a numărului 57 873 este 58 000.

**Rotunjirea la zeci** (sute, mii ș.a.m.d.) este *aproximarea prin lipsă sau prin adaos care este cea mai apropiată de valoarea numărului respectiv*.

**EXAMPLE:**

Rotunjirea la zeci a numărului 57 873 este 57 870, adică aproximarea prin lipsă la zeci.  
 Rotunjirea la sute a numărului 57 873 este 57 900, adică aproximarea prin adaos la sute.  
 Rotunjirea la mii a numărului 57 873 este 58 000, adică aproximarea prin adaos la mii.

*Dacă ambele aproximări prin lipsă și prin adaos sunt la fel de apropiate de valoarea numărului, atunci rotunjirea se consideră aproximarea prin adaos.*

**EXAMPLE:**

Rotunjirea la zeci a numărului 7 865 este 7 870.  
 Rotunjirea la sute a numărului 89 350 este 89 400.  
 Rotunjirea la mii a numărului 38 500 este 39 000.

**OBSERVAȚII:**

- Dacă cifra din dreapta celei după care se face rotunjirea este 0, 1, 2, 3 sau 4, atunci rotunjirea se face folosind aproximarea prin lipsă.
- Dacă cifra din dreapta celei după care se face rotunjirea este 5, 6, 7, 8 sau 9, atunci rotunjirea se face folosind aproximarea prin adaos.

## ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

### PE ÎNȚELEGERE ♦

1. Ordonează crescător numerele: 128, 235, 57, 156, 463, 349.
2. Ordonează descrescător numerele: 281, 354, 79, 561, 631, 492.
3. Care număr este mai mic din următoarele perechi de numere:
 

|                    |                  |                     |
|--------------------|------------------|---------------------|
| a) 977, 975;       | b) 5 323, 5 322; | c) 50 001, 500 001; |
| d) 43 575, 43 757; | e) 423, 432;     | f) 10 011, 10 101?  |
4. a) Scrieți toate numerele naturale impare mai mici decât 17.  
 b) Scrieți toate numerele naturale pare mai mici decât 11.
5. a) Scrieți cel mai mic număr par de trei cifre diferite.  
 b) Scrieți cel mai mare număr par de trei cifre identice.  
 c) Scrieți cel mai mic număr impar de patru cifre identice.  
 d) Scrieți cel mai mare număr impar de patru cifre diferite.
6. Desenați o axă a numerelor și reprezentați pe ea punctele corespunzătoare următoarelor numere naturale: 2; 4; 6; 9; 11.
7. În figura de mai jos avem o axă a numerelor și punctele din desen corespund unor numere naturale. Aflați aceste numere.

